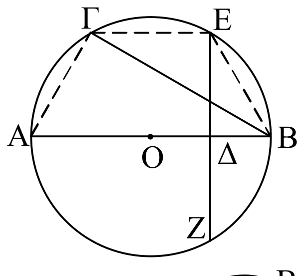
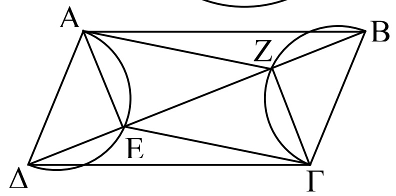
ΓΙΑΝΝΗΣ ΡΑΛΛΗΣ
Σχολικός σύμβουλος Μαθηματικών

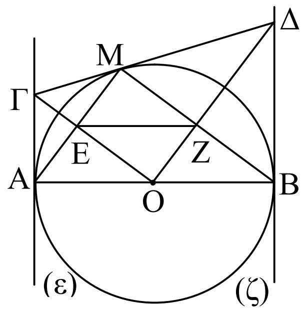
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ Α ΛΥΚΕΙΟΥ ΜΕ ΚΎΚΛΟΥΣ ΚΑΙ ΤΕΤΡΑΠΛΕΥΡΑ (ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΑ, ΤΡΑΠΕΖΙΑ)



Θέμα 1. Δίνεται κύκλος (Ο,ρ) και μια διάμετρός του ΑΒ. Θεωρούμε σημείο Γ του κύκλου τέτοιο ώστε $\widehat{ΑΒΓ} = 30^0$. Το Δ είναι το μέσο του ΟΒ. Από το Δ φέρνουμε κάθετη στην ΑΒ που τέμνει τον κύκλο στα Ε, Ζ (το Ε στο ημιεπίπεδο (ΑΒ,Γ)). Να αποδειχθεί ότι ΒΓ = ΕΖ και ότι τα ΑΓΕΒ, ΓΕΒΖ είναι ισοσκελή τραπέζια.



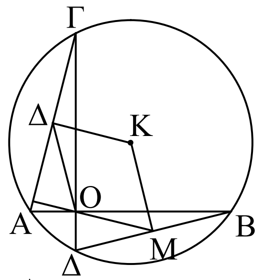
Θέμα 2. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και η διαγώνιός του ΒΔ. Θεωρούμε τα ημικύκλια με διαμέτρους ΑΔ, ΒΓ, που τέμνουν τη ΒΔ στα σημεία Ε, Ζ αντίστοιχα. Να αποδειχθεί ότι το ΑΕΓΖ είναι παραλληλόγραμμο.



Θέμα 3. Δίνεται κύκλος (Ο,ρ), μία διάμετρός του ΑΒ και τυχαίο σημείο Μ του κύκλου. Φέρνουμε εφαπτομένη στο Μ που τέμνει τις εφαπτόμενες (ε), (ζ) στα σημεία Α, Β στα σημεία Γ, Δ. Τα Ε, Ζ είναι τα σημεία τομής των ΟΓ, ΑΜ και ΟΔ, ΒΜ. Να αποδειχθεί ότι :

(α). Το ΟΕΜΖ είναι ορθογώνιο.

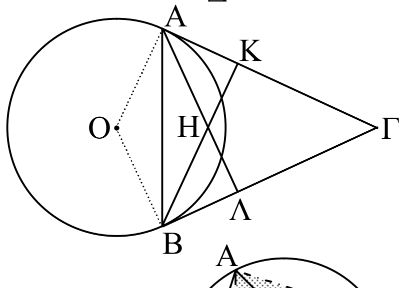
(β). ΕΖ //ΑΒ.



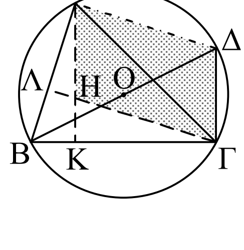
Θέμα 4. Δίνεται κύκλος (Κ,ρ) και δύο κάθετες χορδές ΑΒ, ΓΔ, οι οποίες τέμνονται στο εσωτερικό τους σημείο Ο. Θεωρούμε επίσης τα μέσα Μ, Ν των ΔΒ, ΑΓ. Να αποδειχθεί ότι :

(α). ΟΜ ⊥ ΑΓ και ΟΝ ⊥. ΔΒ

(β). Το ΚΜΟΔ είναι παραλληλόγραμμο.

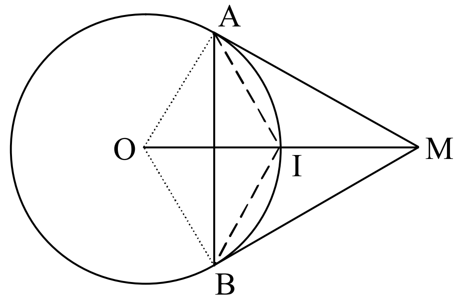


Θέμα 5..Δίνεται κύκλος (Ο,ρ)και η χορδή του ΑΒ. Οι εφαπτόμενες στα Α, Β τέμνονται στο Γ. Φέρνουμε την ΑΛ ⊥ ΒΓ και τη ΒΚ ⊥ ΑΓ. Να αποδειχθεί ότι το ΟΑΒΗ είναι ρόμβος.



Θέμα 6. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ εγγεγραμμένο σε κύκλο (Ο,ρ). Έστω Η το ορθόκεντρο του ΑΒΓ. Από το Γ φέρνουμε κάθετη στη ΒΓ που τέμνει τον κύκλο

Θέμα 7. Δίνεται κύκλος (Ο,ρ) και σημείο Μ εκτός του κύκλου, τέτοιο ώστε ΟΜ = 2ρ. Η ΟΜ τέμνει τον κύκλο στο Ι. Από το Μ φέρνουμε τα εφαπτόμενα τμήματα ΜΑ, ΜΒ.

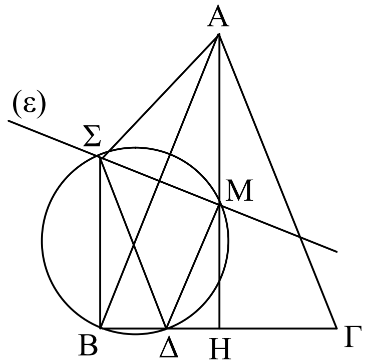


(α). Να υπολογισθεί η γωνία $\widehat{AOB}$.

(β). Να αποδειχθεί ότι $AB = \rho\sqrt{3}$.

(γ). Να αποδειχθεί ότι το ΑΟΒΙ είναι ρόμβος.

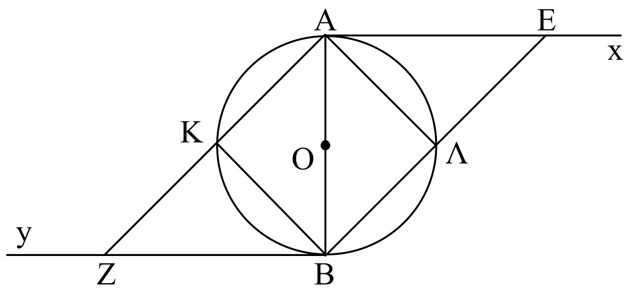
Θέμα 8. Δίνεται οξυγώνιο ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ και το ύψος του ΑΗ.. Η μεσοκάθετη (ε) της πλευράς ΑΒ τέμνει την ΑΗ στο Μ. Από το Μ φέρνουμε παράλληλη προς την ΑΒ, η οποία τέμνει την πλευρά ΒΓ στο Δ. Ο περιγεγραμμένος στο τρίγωνο ΒΔΜ κύκλος τέμνει την ευθεία (ε) στο Σ. Να αποδειχθεί ότι :



(α). ΒΣ // ΑΗ.

(β). Το ΑΜΒΣ είναι ρόμβος.

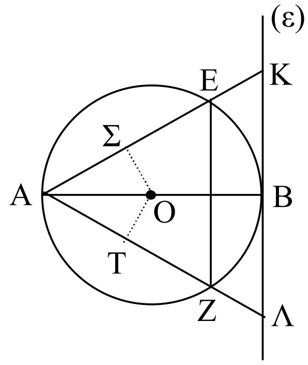
Θέμα 9. Δίνεται κύκλος (Ο,ρ) και μια διάμετρός του ΑΒ. Στα Α, Β φέρνουμε εκατέρωθεν της ΑΒ εφαπτόμενες ημιευθείες Αx, Βy. Πάνω στις Αx, Βy παίρνουμε τα σημεία Ε, Ζ τέτοια ώστε ΑΕ = ΒΖ = ΑΒ. Οι ΒΕ, ΑΖ τέμνουν τον κύκλο στα Λ, Κ. Να



αποδειχθούν : (α). ΑΕΒΖ παραλληλόγραμμο με $Z\hat{A}E = 135^0$.

(β). ΑΚΒΛ τετράγωνο.

Θέμα 10. Δίνεται κύκλος (Ο,ρ) και η διάμετρός του ΑΒ. Στο Β φέρνουμε εφαπτομένη (ε). Πάνω στην (ε) παίρνουμε τα σημεία Κ, Λ τέτοια ώστε ΒΚ =ΒΛ. Οι ΑΚ, ΑΛ τέμνουν τον κύκλο στα Ε, Ζ. Να αποδειχθούν :



(α). ΑΕ = ΑΖ.

(β). ΕΖΛΚ ισοσκελές τραπέζιο.